1.2.8 Násobení desetinných čísel přirozeným číslem I

Předpoklady: 010207

Pedagogická poznámka: Tato hodina je důležitá. Asi poprvé v této učebnici se někteří žáci dostanou k výsledku, který odporuje jejich dosavadním zkušenostem. Proto je nezbytně nutné, aby k tomuto výsledku dospěli samostatně (maximálně s popostrčením), nejlépe více způsoby. Teprve v takovém případě budou výsledku věřit a začnou přebudovávat svou představu o násobení. Je jasné, že v takovém případě nestihnou všechny body všech slovních úloh (snažím se je vést tak, aby kromě příkladu 3 spočítali příklad 5). Není to žádná tragédie, příklady mohou dokončit samostatně doma. Od okamžiku, kdy přijmou, jak násobení čísly menšími než jedna funguje, jim to nedělá problém.

Př. 1: Vypočti.
a) $0,07:10$ b) $7,3\cdot 100$ c) $5,4:100$ d) $350:10\,000$

a) $0,07:10=0,007$ b) $7,3\cdot 100=730$

c) $5,4:100=0,054$ d) $350:10\,000=0,035$

Př. 2: Zapiš jako desetinné číslo:
a) polovinu b) čtvrtinu c) desetinu d) pětinu

a) polovina: 0,5 (polovina z deseti desetin je pět desetin)
b) čtvrtina: 0,25 (čtvrtina ze sta setin je dvacet pět setin)
c) desetinu: 0,1
d) pětinu: 0,2 (pětina z deseti desetin jsou dvě desetiny)

Pedagogická poznámka: Daleko nejvíce problémů je pětinou (často se objevuje 0,05), nejdříve žáky vyzývám, aby si tento výsledek porovnali s předchozím zápisem jedné desetiny.

Stále ještě nevíme, čím nahradit otazníky v těchto případech: $15\cdot ?=1,5$ nebo $300\cdot ?=3$. Zkusíme to rozřešit pomocí slovních úloh.

Př. 3: Novákovi mají rozbité auto. Po 4 km jízdy se přehřeje motor, Novákovi musí zastavit a počkat než motor vychladne. Místo plynulé jízdy se tak pohybují auto-přískoky. Jakou vzdálenost ujedou na 15 přískoků?

$15\cdot 4=60\,\text{km}$
Na patnáct přískoků ujedou 60 km.

Pedagogická poznámka: Část žáků nechápe, co jsou auto-přískoky. Pomáhá jim předvést, jak se auto pohybuje, nebo si rozebrat význam slova přískok.

Př. 4: Jako většina poruch i tato porucha automobilu se postupně zhoršuje a auto ujede před přestávkou kratší vzdálenost. Sestav slovní zadání úlohy, které vede na následující výrazy, a urči výsledky.

a) $15\cdot 2$ b) $15\cdot 1$ c) $15\cdot 0,5$ d) $15\cdot 0,2$

a) $15\cdot 2$ - Auto ujede na jeden přískok 2 km. Kolik ujede na 15 přískoků?
$15\cdot 2 = 30\,\text{km}$

b) $15\cdot 1$ - Auto ujede na jeden přískok 1 km. Kolik ujede na 15 přískoků?
$15\cdot 1 = 15\,\text{km}$

c) $15\cdot 0,5$ - Auto ujede na jeden přískok 0,5 km. Kolik ujede na 15 přískoků?
$15\cdot 0,5 = 7,5\,\text{km}$
Jak můžeme dojít k tomu trochu překvapivému výsledku? Více způsoby.

$10\cdot 0,5 = 5$
$5\cdot 0,5 = 2,5$
$\Rightarrow\ 15\cdot 0,5 = 5 + 2,5 = 7,5$.

V bodě c) mají přískoky poloviční velikost než v bodě b) (0,5 km místo 1 km) $\Rightarrow$ celková ujetá vzdálenost musí být také poloviční než v bodě b) $\Rightarrow\ 15\cdot 0,5 = 15:2 = 7,5$.

$15\cdot 5 = 75$ $\Rightarrow$ auto ujede na 15 přískoků 75 desetin km $\Rightarrow$ 7,5 km.

Násobíme pod sebou (poslední řád jsou desetiny): $\begin{array}{r} 15 \\ \cdot\, 0,5 \\ \hline 7,5 \\ 00 \\ \hline 7,5 \end{array}$.

d) $15\cdot 0,2$ - Auto ujede na jeden přískok 0,2 km. Kolik ujede na 15 přískoků?
$15\cdot 0,2 = 3\,\text{km}$

Možné postupy:
$10\cdot 0,2 = 2$
$5\cdot 0,2 = 1$
$\Rightarrow\ 15\cdot 0,2 = 2 + 1 = 3$.

V bodě d) mají přískoky pětinovou velikost než v bodě b) (0,2 km místo 1 km) $\Rightarrow$ celková ujetá vzdálenost musí být také pětinová než v bodě b) $\Rightarrow\ 15\cdot 0,2 = 15:5 = 3$.

$15\cdot 2 = 30$ $\Rightarrow$ auto ujede na 15 přískoků 30 desetin km $\Rightarrow$ 3 km.

Pedagogická poznámka: Klíčový je bod c), kde se ukáže, zda má žák představu o násobením s číslem menším než 1. Objevují se hodně rozmanité výsledky, u jasně špatných nejprve upozorním na porovnání velikosti s předchozími výsledky. Když se shodneme na tom, že výsledek je špatný, nabízím zamyšlení nad tím kolik by bylo $10\cdot 0,5$ a $5\cdot 0,5$. Sečtení provede žák většinou sám a výsledek si pak ještě zkontrolujeme dělením výsledku z bodu b) dvěma.

V žádném případě nedoporučuji zavedení násobení pod sebe, bez vnitřního přijetí zprvu nečekaného výsledku je to kontraproduktivní.

Pedagogická poznámka: U bodu c) se objevují všechny výsledky uvedené v řešení příkladu, ještě před kontrolou vybízím žáky, kteří postupují rychleji, aby zkusili dojít k výsledku více různými způsoby (což je zpomalí a zároveň to přispěje k pevnějšímu osvojení). Při kontrole píšu výsledky na tabuli a v bodě c) se zastavíme a ukážeme si všechny způsoby, jak dojít ke správnému výsledku.

Př. 5: Jiříček si hraje s kostkami na domino. Dělá z nich řadu, staví jednu za druhou. Jak je dlouhá řada, jestliže má dvacet kostek a strana, kterými je staví za sebe je dlouhá 7 cm? Jak dlouhá by byla řada, kdyby strany kostek měly délku:
a) 5 cm, b) 2 cm, c) 1 cm, d) 0,5 cm, e) 0,2 cm, f) 0,1 cm?
U každého bodu napiš kromě výsledku i početní operaci, kterou jsi ho spočítal.

20 kostek, délka strany 7 cm $\Rightarrow$ celková délka: $20 \cdot 7 = 140\text{ cm}$.

a) 5 cm: délka řady: $20 \cdot 5 = 100\text{ cm}$.

b) 2 cm: délka řady: $20 \cdot 2 = 40\text{ cm}$.

c) 1 cm: délka řady: $20 \cdot 1 = 20\text{ cm}$.

d) 0,5 cm: délka řady: $20 \cdot 0{,}5 = 10\text{ cm}$ (polovina délky v bodě c).

e) 0,2 cm: délka řady: $20 \cdot 0{,}2 = 4\text{ cm}$ (pětina délky v bodě c).

f) 0,1 cm: délka řady: $20 \cdot 0{,}1 = 2\text{ cm}$ (desetina délky v bodě c).

Pedagogická poznámka: Pokud žáci s porozuměním vyřešili předchozí příklad, neobjevují se žádné problémy.

Př. 6: Lada přechovává benzín v kanystrech o objemu 5 litrů. Kolik benzínu ještě má, jestliže má: a) 5 kanystrů, b) 2 kanystry, c) 1 kanystr,
d) polovinu kanystru, e) pětinu kanystru, f) desetinu kanystru?
Řešení všech bodů zapiš kromě výsledku i jako součin dvou čísel.

a) 5 kanystrů: $5 \cdot 5 = 25$ litrů.
b) 2 kanystry: $2 \cdot 5 = 10$ litrů.
c) 1 kanystr: $1 \cdot 5 = 5$ litrů.
d) polovinu kanystru: $0{,}5 \cdot 5 = 2{,}5$ litrů (polovina z pěti litrů).
e) pětinu kanystru: $0{,}2 \cdot 5 = 1$ litrů (pětina z pěti litrů).
f) desetinu kanystru: $0{,}1 \cdot 5 = 0{,}5$ litrů (desetina z pěti litrů).

Pedagogická poznámka: Zcela záměrně píšu při kontrole objem kanystru v součinu jako druhý (většina žáků to spontánně dělá sama) a u desetinných čísel čtu jako polovina z pěti, pětina z pěti, …

Př. 7: Co bylo na řešení předchozích příkladů zajímavé (v rozporu s naší dosavadní zkušeností s násobením)? Kdy v k tomu jevu dochází?

Součin dvou čísel nebyl větší než obě čísla. Když je jeden z činitelů menší než 1, tak výsledek součinu je menší než druhý činitel (násobením číslem menším než 1 zmenšujeme).

Pedagogická poznámka: Velká většina žáků odhalí, že zajímavostí je zmenšování výsledku při násobení, většina z nich však vidí (spíše přehlédnutím než nepochopením) jako příčinu desetinné číslo. Snažím se je obejít ještě před diskusí a pokud to v sešitě uvidím, nabízím součin $5 \cdot 1,1$. Poté tak polovina přejde na číslo menší než jedna, druhá na desetinné číslo s nulou na začátku, což doladíme v diskusi.

Násobení zmenšuje, pokud násobíme číslem, které je menší než 1 (krásně si to představíme na kanystru: pokud máme méně než jeden plný kanystr, máme méně než je objem plného kanystru).

Př. 8: Najdi v sešitě příklad, kdy jsme násobili přirozené číslo a výsledek byl menší. Nahraď otazníky: a) $15 \cdot ? = 1,5$ b) $300 \cdot ? = 3$.

Se zmenšováním čísla při násobení jsme se setkali při násobení desetinných čísel desítkou:
$0,1 \cdot 10 = 1$ $0,3 \cdot 10 = 3$ $0,7 \cdot 10 = 7$
Vždy, když jsme násobili desetinným číslem menším než 1 byl výsledek menší než druhý činitel v součinu (je to i logické: Násobení dvojkou zvětšuje na dvojnásobek, násobení jedničkou nechává stejné, násobení číslem menším než 1 může zmenšovat).
$15 \cdot 0,1 = 1,5$ $300 \cdot 0,01 = 3$

Pedagogická poznámka: Jde o celý příklad 5 v hodině 010206. Žáci ho řeší zcela bez problémů a nevzbuzuje žádný rozruch. Když ho v této hodině ukážu, žáci se diví, že jim to nepřišlo divné už tehdy.

Př. 9: Co je divného na příkladu 5?

Kostičky jsou neskutečně malé: šířka kostičky běžného domina je určitě větší než 0,1 cm (1 mm).

Pedagogická poznámka: Následující příklad v hodině jen začneme a dodělává se doma. Kontrolujeme na začátku příští hodiny.

Př. 10: Vypočti.
a) $4 \cdot 0,2$ b) $7 \cdot 0,3$ c) $9 \cdot 0,04$ d) $0,5 \cdot 5$
e) $5 \cdot 0,9$ f) $3 \cdot 1,5$ g) $0,03 \cdot 8$ h) $0,05 \cdot 12$

a) $4 \cdot 0,2 = 0,8$ b) $7 \cdot 0,3 = 2,1$ c) $9 \cdot 0,04 = 0,36$

d) $0,5 \cdot 5 = 2,5$ e) $5 \cdot 0,9 = 4,5$ f) $3 \cdot 1,5 = 4,5$

g) $0,03 \cdot 8 = 0,24$ h) $0,05 \cdot 12 = 0,6$

Shrnutí: Násobení zmenšuje, pokud násobíme číslem menším než 1.